

Esercizi proposti

5D

1. Determinare il dominio delle seguenti funzioni:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2-x-2}{x^2+5x+6}}; f(x) = \ln\left(\frac{x^2-1}{x+1}\right); f(x) = \sqrt{\ln(x^2+2x)}$$

2. Disegnare la bozza del grafico delle seguenti funzioni reali di variabile reale:

$$f(x) = \frac{e^x}{x^2-1}; f(x) = \frac{\ln(x+1)}{-x^2-1}$$

(PS: solo una bozza, non preoccupatevi troppo...dopo tutto non è così immediata la cosa. Però è bello sbatterci un po' la testa -- si fa per dire...non prendetemi troppo alla lettera --).

3. Sia $E = \left\{3, \frac{1}{2}, 3 - \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, 3 - \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, 3 - \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{n}, 3 - \frac{1}{n}, \dots \text{ con } n \in \mathbb{N}\right\}$ un sottoinsieme di \mathbb{R} .

a) Determinare l'estremo inferiore e l'estremo superiore di E .

b) Esistono il minimo ed il massimo di E ? (Potrebbe esistere uno dei due, o entrambi, o nessuno dei due...specificare...).

c) L'insieme è limitato o illimitato?

d) L'insieme è aperto, chiuso, oppure aperto a destra e chiuso a sinistra o viceversa?

e) Esistono punti di accumulazione per l'insieme E ? Se sì, quali? Se no, perché?

f) Si può affermare che il numero $3 + \frac{1}{n}$ ($n \in \mathbb{N}$) sia esterno ad E ? Se sì, perché?

4. Per definizione un punto di un insieme E si dice **isolato** se appartiene all'insieme ma non è di accumulazione per E . Se si considera l'insieme $E = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}\right\}$ si può concludere "felicitemente" (leggi "senza patemi") che esso è formato da soli punti isolati? (Attenti al barbatrucco...infatti E ha un punto di accumulazione [quale?], ma... -- cattiveria pura --).

5. BUON LAVORO!!!