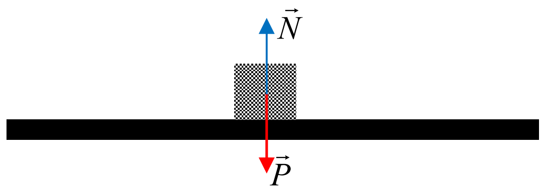
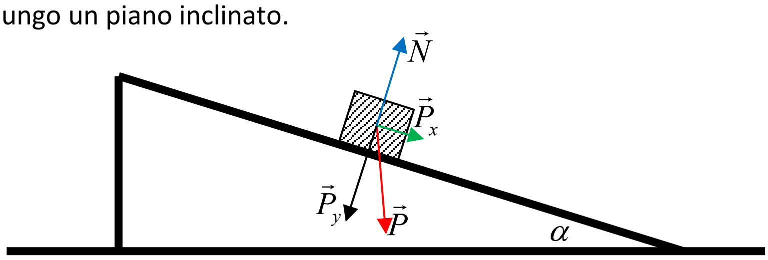
Reazioni vincolari

Nell'osservare il moto di uno o più corpi che si muovono, notiamo che i vincoli giocano un ruolo fondamentale. Pensiamo, ad esempio, ad un corpo che scivola lungo un piano inclinato. Esso è costretto a muoversi in direzione parallela al piano proprio per la presenza del piano stesso, che per il corpo rappresenta così un vincolo.

I vincoli agiscono sui corpi attraverso delle forze, dette *reazioni vincolari* ($\vec{R}$), che dipendono dalla loro stessa natura. La reazione vincolare esercitata da un piano rigido su un corpo su di esso poggiato è diversa da quella esercitata, ad esempio, da una fune che tiene sospeso un corpo. Nel primo caso le chiameremo *forze normali* ($\vec{N}$), mentre nel secondo *tensioni lineari* ($\vec{T}$). Entrambe comunque, come abbiamo già detto, sono delle reazioni vincolari.
Le reazioni vincolari hanno natura molecolare e riguardano le forze elettriche che tengono legate tra loro le molecole in modo che esse possano formare strutture geometriche ben precise (basta pensare per esempio al cristallo di ghiaccio).
Queste forze di natura elettrica possono essere più o meno intense e possono essere paragonate a delle vere e proprie molle che costringono le molecole ad oscillare intorno alla loro posizione di equilibrio. Non è nostro scopo quello di trattare le forze intermolecolari ma, in modo estremamente semplicistico, possiamo dire che due molecole si attraggono fino ad una certa distanze, passata la quale esse si respingono. L'equilibrio di cui abbiamo parlato prima si riferisce proprio alla posizione in cui la forza non è né attrattiva né repulsiva.
Abbiamo quindi detto che le forze intermolecolari sono paragonabili a molle, che quindi, in accordo con la legge di Hooke, esercitano una forza che è sempre di richiamo, ossia che tende a riportare il sistema nella sua naturale posizione di equilibrio. Questo è il motivo per cui un oggetto poggiato su un tavolo non si muove, pur agendo su di esso la forza peso. Per le leggi della dinamica la reazione vincolare, nell'esempio appena considerato, bilancia totalmente il peso del corpo.
Chiamiamo forza normale una reazione vincolare che viene esercitata da un vincolo perpendicolarmente ad esso.



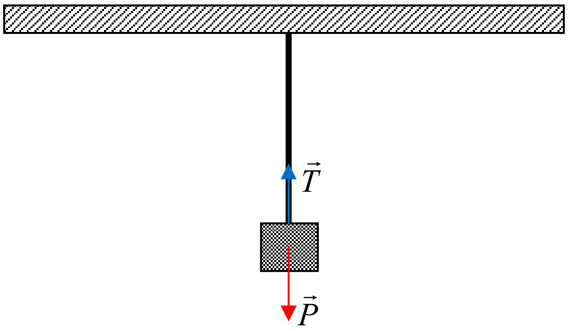
In figura abbiamo rappresentato un esempio di forza normale, rappresentata dal vettore $\vec{N}$ di colore blu, che è uguale ed opposto al peso del corpo, rappresentato dal vettore rosso $\vec{P}$.
In forma vettoriale abbiamo che $\vec{N} = -\vec{P}$, mentre per i moduli vale la relazione $N = mg$, dove *m* è la massa del corpo e *g* l'accelerazione di gravità.
Nella prossima figura invece vediamo come si rappresenta la forza normale quando studiamo il moto di un oggetto che si muove lungo un piano inclinato.



Dall'analisi della figura abbiamo che in termini vettoriali $\vec{P}_x + \vec{P}_y = P$ e $\vec{N} = \vec{P}_y$, mentre per i moduli abbiamo $P_x = P\cos(90° - \alpha) = P\sin\alpha$, $P_y = P\cos\alpha = N$.

La tensione lineare, a differenza della forza normale, è una forza che si sviluppa all'interno di funi, fili, corde, cavi, ossia in mezzi la cui dimensione lineare è predominante rispetto alla sezione. Il meccanismo col quale questa forza si genera è sempre di natura molecolare, proprio come accennato in precedenza.

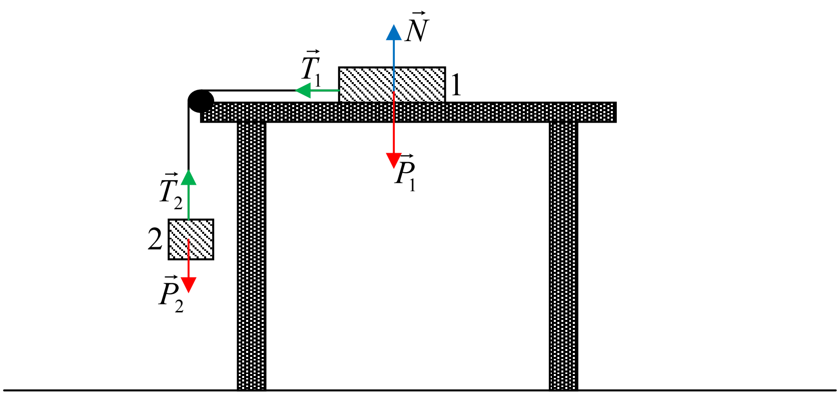
Prima di parlare della tensione lineare facciamo qualche cenno al significato di fune. Per noi la fune, così come il cavo, la corda, il filo, ecc., non è altro che un dispositivo fisico per trasmettere una o più forze, proprio come i cavi elettrici trasportano la corrente o come i tubi trasportano l'acqua. Per semplicità consideriamo funi ideali, cioè che abbiano peso trascurabile e siano inestensibili (la loro lunghezza resta costante anche sotto sforzo).



Nella figura abbiamo rappresentato una fune fissata al soffitto, che tiene sospeso un corpo di peso $\vec{P}$. Supponendo che la fune non si spezzi e che quindi il corpo resti sospeso, in termini di vettori abbiamo che la tensione lineare della corda è $\vec{T} = -\vec{P}$. Per quanto concerne le intensità abbiamo $T = mg$, dove *m* è la massa del corpo e *g* l'accelerazione di gravità.

Problema: un corpo 1 di massa m_1 si trova su un piano orizzontale privo di attrito ed è collegato, tramite una fune ideale, ad un corpo 2 di massa m_2 libero di cadere. Calcolare l'accelerazione del sistema.

Soluzione: prima di procede coi calcoli conviene disegnare la situazione descritta dal problema.



Notiamo che il corpo 1 è vincolato a scivolare lungo il piano così che abbiamo $\vec{N} = -\vec{P}$, ossia le due forze si bilanciano perfettamente e non contribuiscono al moto dei due corpi.

Il corpo 1 è sottoposto alla forza $\vec{T}_1$ che lo trascina verso sinistra. Per il secondo principio della dinamica avremo dunque $T_1 = m_1 a$, dove *a* è l'accelerazione comune ai due corpi, essendo essi legati dalla fune, ossia vincolati a muoversi assieme.
Poiché abbiamo supposto che il corpo 2 cade, per il secondo principio della dinamica deve essere $P_2 - T_2 = m_2 a$, ossia $T_2 = P_2 - m_2 a$.
Essendo la fune ideale, per il terzo principio della dinamica risulta in modulo $T_1 = T_2$. questo significa che $m_1 a = m_2 g - m_2 a$ (1), avendo posto $P_2 = m_2 g$.
Sviluppando l'equazione (1) abbiamo

$$m_1 a + m_2 a = m_2 g$$
$$a(m_1 + m_2) = m_2 g$$
$$a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} g .$$

Possiamo notare come l'accelerazione del sistema formato dai due corpi sia sempre minore dell'accelerazione di gravità a cui è sottoposto il corpo 2 (l'uguaglianza si avrebbe solo se non il corpo 1 avesse massa nulla, cosa peraltro impossibile). Questa accelerazione è tanto più piccola quanto più grande è la massa del corpo 1, come risulta facilmente dall'analisi dell'ultima formula.

Prof. Valerio Curcio