

Tesi finale di abilitazione in Fisica

(A038)

Il principio di conservazione dell'energia: alcune proposte didattiche

Relatore

Prof. Pietro **CACCIATORE**

Studente

dr Valerio **CURCIO**

Matr. R05284

Premessa

Fin dalla nascita dell'umanità è stato sempre forte il desiderio insito nell'uomo di dare una interpretazione a tutti quei fenomeni attraverso cui la natura continuamente si manifesta. Col progredire delle diverse civiltà si è sempre mostrato crescente l'interesse ed il piacere di scoprire, come risposta ai grandi interrogativi esistenziali e ai tanti "perché" che l'umanità da sempre si chiede. Questo grande desiderio spesso è sfociato nell'umana consapevolezza di un determinismo cosmologico, non governabile ed immutabile; ma è in mezzo a tanta superstizione e rassegnazione che da sempre si sono fatti strada grandi pensatori, che hanno gettato le basi per la nascita e il conseguente sviluppo del pensiero scientifico, che troverà in Galileo prima ed Einstein poi la grande e forse definitiva consacrazione.

Nella nostra società contemporanea, dove ogni valore sembra ormai smarrito e dove si avverte forte l'immediatezza di una crisi quasi irreversibile, mi chiedo se esista ancora l'antico piacere di scoprire, quel nobile desiderio di dare un senso alle cose, non solo in ambito scientifico.

Un dato su tutti dovrebbe far riflettere: i tre quarti dei ricercatori di tutta la storia delle scienze (almeno di quelli di cui abbiamo testimonianza) sono tuttora in vita. Il grande progresso scientifico e i moderni mezzi a supporto delle scienze hanno gettato le basi di questo primato e successo della ricerca. Ma tutto ciò cozza in maniera violenta contro la graduale "morte" degli ambiti scientifici che si diffonde nelle nostre scuole. L'assenza di motivazione allo studio da parte degli studenti è un segnale su cui vale la pena soffermarsi, per comprenderne le cause e studiare quindi una soluzione per questo problema.

In questo lavoro vogliamo formulare dei tentativi di soluzione partendo proprio dalla scienza che meglio di altre interpreta e descrive il comportamento della natura: la fisica. Vogliamo fare ciò parlando di uno degli argomenti più astratti e difficili da comprendere, spesso causa di rinunce e demotivazioni da parte degli studenti, che è il principio di conservazione dell'energia.

Questo lavoro è destinato a studenti di un corso di fisica del terzo anno di un liceo scientifico. Esso è diviso in due parti: una discorsiva e qualitativa, l'altra più dettagliata. La prima può essere utilizzata come una grande introduzione, in cui viene presentata qualitativamente l'energia ed il principio di conservazione dell'energia meccanica. Può essere vista come la sintesi di una lezione che il docente espone oralmente alla classe, al fine di introdurre qualitativamente dei nuovi concetti, che, se trattati direttamente quantitativamente, risulterebbero troppo complicati. Personalmente credo che le trattazioni qualitative debbano precedere sempre quelle quantitative. Le prime ci aiutano ad inquadrare i concetti nell'ambito delle nostre conoscenze pregresse (aiutando, eventualmente, a rimuovere alcuni preconcetti), le seconde servono a dare forma concreta al concetto, attraverso leggi e principi.

Introduzione

Agli inizi del XX secolo, in un periodo in cui la fisica si trova ad affrontare una crisi dei fondamenti a causa del terremoto innescato delle recenti grandi scoperte, lo scienziato e naturalista Antonino Anile scriveva:

“Le cose s’incominciano a conoscere quando avvertiamo la necessità di trarle dall’isolamento dove la nostra indagine le colloca, per ricongiungerle e darci ragione dei molteplici legami che passano tra di loro; quando cioè la bellezza di essere di ciascuna ci appare anche come dovere di essere”

in queste poche parole è racchiusa tutta l’essenza del piacere di scoprire insito nell’uomo, il vero senso della ricerca e della legge fisica.

Così lo scopo della fisica diventa quello di fornire gli strumenti necessari a questa conoscenza, indagando sulle cause e sugli effetti dei fenomeni, nel tentativo di costruire dei modelli che possano renderli il più possibile predicibili e controllabili.

Fortunatamente esistono casi relativamente semplici in cui non è difficile riuscire a fare previsioni circa l’evoluzione temporale di un fenomeno. Ci basta pensare ad un oggetto che cade da una certa altezza; esso rappresenta un semplice esempio in cui su un corpo agisce la sola forza di gravità (ovviamente nel caso ideale, in cui non ci sono attriti) e che, grazie alle leggi del moto e della dinamica classica, siamo in grado di controllare facendo previsioni molto accurate, per esempio per quanto riguarda la variazione della posizione o della velocità nel tempo.

Così come siamo in grado di predire in modo abbastanza accurato la traiettoria di una biliarda da biliardo quando, tramite la stecca, ad essa è applicata una forza lungo una certa direzione (supponendo per semplicità che la biliarda sia l’unica presente sul biliardo).

Ma i fenomeni che quotidianamente capitano sotto i nostri occhi non sempre sono assimilabili a situazioni o modelli così semplici come quelli di cui abbiamo appena parlato. Ci basta aggiungere una biliarda nell’ultimo esempio ed il calcolo delle traiettorie, a seguito di eventuali possibili urti, diventa ben più complesso. Non parliamo poi di quei fenomeni in cui sono presenti forze che variano nel tempo e nelle posizioni (come può accadere, per esempio per le montagne russe, considerando gli attriti vari o le componenti della forza di gravità responsabili del moto, che dipendono, come sappiamo, dall’inclinazione della pista rispetto al terreno); in questi casi è quasi impossibile fare previsioni in modo semplice circa l’evoluzione temporale dei fenomeni.

Allora ecco che si cercano delle vere e proprie scappatoie, magari indagando non più sulle grandezze che variano continuamente, ma su quelle che si mostrano invariate al passare del tempo. È in quest’ottica che sono da inquadrare le grandi leggi di conservazione.

Per fare un semplice esempio, possiamo considerare la sala di un cinema in cui è trasmesso continuamente uno stesso film, contenete un numero finito di posti e con all'esterno una gran quantità di aspiranti spettatori e che attendono il loro turno di visione del film. In questo particolare sistema possiamo benissimo dire che non ci interessa chi entra o chi esce ad una certa ora del giorno, ma diviene molto importante la constatazione del fatto che col passare del tempo c'è qualcosa che si mantiene invariato: il numero delle persone presenti nella sala. Con questa analogia ho voluto rendere un po' l'idea di cosa s'intenda in fisica per "conservazione".

Sapere che in un dato sistema, complesso che sia, esiste una grandezza che rimane invariata nel tempo, non significa di certo che abbiamo tutto ciò che serve a rendere il sistema esaustivamente controllabile, ma ci aiuta ad avere informazioni parziali, ma molto preziose. Le leggi di conservazione ci consentono di dare un primo inquadramento ai fenomeni e di escludere alcune ipotesi, perché in contrasto con ciò che tali leggi affermano.

Cos'è l'energia?

A differenza di molti concetti che si incontrano durante un corso di studi di fisica, l'energia è sicuramente uno dei più difficili da capire, soprattutto a causa della sua natura prettamente astratta.

Il concetto di energia ha tutte le caratteristiche di uno stratagemma matematico e, in quanto tale, finisce per apparire agli occhi degli studenti più complicato di quanto effettivamente non sia (il carattere puramente matematico dell'energia spiega il rifiuto di comprensione da parte di molti studenti). Non possiamo poi non considerare le difficoltà che derivano dalla discordanza, in termini di linguaggio, tra il significato fisico che si dà a questa parola e il significato "popolare".

Le cause della mancata comprensione di questo argomento da parte di molti studenti non possono prescindere da queste considerazioni fatte sul linguaggio e sui significati.

La quasi totalità dei miei attuali studenti tende a identificare il termine "energia" con la parola "forza", soprattutto intesa come forza muscolare, per cui una persona ha più energia se ha più forza nelle braccia. Risposte simili nella sostanza mi sono state date anche da docenti non appartenenti all'ambito scientifico¹.

In questo paragrafo cercherò di spiegare cosa si può intendere per energia. Tanto per iniziare mi preme specificare che ogni mio discorso farà riferimento esclusivamente alla meccanica classica newtoniana, per cui alla fine non parlerò di principio di conservazione della massa-energia, ma solo del principio di conservazione dell'energia, considerando quindi la massa di un corpo come una quantità che si mantiene costante rispetto al moto.

Con queste premesse possiamo pensare all'energia come ad una etichetta appiccicata ad un qualsiasi corpo. Voglio comunque specificare che non considero in questo lavoro l'energia una caratteristica intrinseca di ogni corpo (questo perché, come ho già detto, per semplicità non prendo in considerazione l'equivalenza relativistica tra massa ed energia), ma un numero "appiccicato" al corpo e che varia a secondo del contesto in cui il corpo si trova. Per esempio possiamo considerare uno stesso corpo che, rispetto ad un livello "zero" di energia potenziale fissato, ha una certa energia se è posto in una certa posizione e che, sempre rispetto al livello zero, ne possiede un valore diverso se si trova in una posizione diversa (magari più in basso). Ad esempio, l'acqua di un bacino idrico possiede una certa energia quando si trova in altura, mentre potrebbe non possederne se la stessa quantità di acqua si trova a valle, se nel nostro sistema (acqua+Terra) lo zero dell'energia potenziale è fissato a valle. Ma allora qual è la differenza nei due casi? Possiamo dire che l'acqua del bacino idrico ha una etichetta che segna un valore non nullo se si trova in altura e che segna il valore zero

¹ Ho chiesto ad alunni di una seconda classe di un istituto per geometri e a colleghi insegnanti di ambiti non scientifici di dare la loro definizione di energia e di lavoro di una forza (per quanto riguarda gli alunni è da tenere presente che attualmente essi seguono un corso di studi di fisica sull'elettromagnetismo e che hanno già incontrato i termini "energia" e "lavoro" durante lo scorso anno scolastico).

se si trova a valle (dove il valore zero lo poniamo in modo del tutto arbitrario). Sappiamo che questo tipo di etichettatura è di tipo posizionale e prende il nome di *energia potenziale*.

Credo che si possa comprendere meglio questa idea di energia come etichetta pensando al mercato degli schiavi che si aveva nell'antica Roma. Al collo di ogni schiavo era appesa una targhetta con su scritto il prezzo in base alle attitudini fisiche, e non solo, possedute dallo schiavo. Così, ad esempio, uno schiavo valeva di più se era robusto e forte. Possiamo quindi pensare all'energia come ad una etichetta attaccata ad un corpo e che può significare diverse cose, a seconda del problema o dello scopo che si vuole raggiungere.

Pensando alla meccanica classica, diciamo che *l'energia è quella cosa che, direttamente o attraverso opportune operazioni, è in grado di produrre energia meccanica, cioè di muovere una massa*.

Facciamo un semplice esempio. Consideriamo un corpo che dapprima si trova sospeso e fermo ad una certa altezza dal suolo. Esso possiede un certo valore non nullo di energia potenziale, dovuta proprio alla posizione in cui si trova il corpo e all'esistenza della forza di gravità. Ora possiamo pensare di lasciar cadere il corpo lungo una guidovia (in assenza di attrito) di modo che, acquistando velocità sia in grado di sollevare un secondo corpo, magari agganciando al termine della discesa una fune a cui è attaccato il secondo corpo, tramite un sistema di carrucole (figura 1).

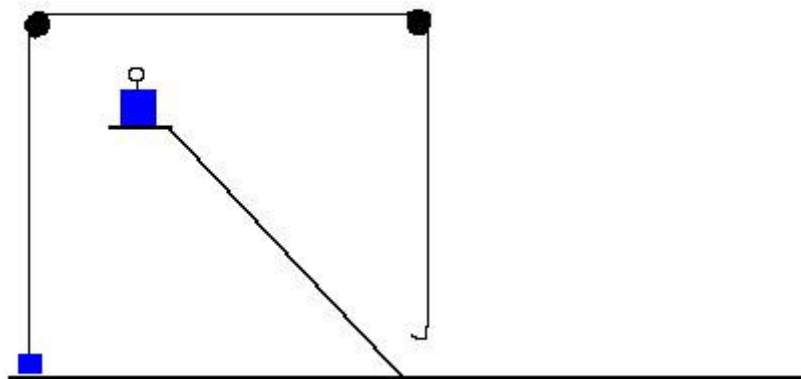


Figura 1

In questo esempio sono presenti diversi mutamenti di energia. L'energia che inizialmente era solo di tipo posizionale (il corpo ha solo energia potenziale) si è via via trasformata, durante la discesa, in energia legata alla velocità che il corpo man mano acquistava (questa forma di energia si chiama *energia cinetica*) e, a sua volta, è stata trasferita gradualmente al secondo corpo, trasformandosi in

energia cinetica e potenziale. Alla fine, non considerando alcun tipo di attrito, l'energia potenziale posseduta all'inizio dal primo corpo, dopo diverse trasformazioni, si è trasferita sul secondo corpo. Durante questo processo di trasformazione e trasferimento, il primo corpo è stato capace di compiere lavoro sul secondo, facendo sì che la fune applicasse una forza che ha provocato lo spostamento verso l'alto del secondo corpo.

L'energia si trasforma e si conserva

Dall'ultimo esempio fatto nel precedente paragrafo possiamo già intuire come l'energia può trasformarsi ed avere varie forme, pur mantenendo il suo carattere astratto di numero, quello che abbiamo considerato scritto su una sorta di etichetta.

Tra le innumerevoli analogie che possono descrivere qualitativamente l'idea di questa trasformazione e conservazione ho scelto quella dei cubi descritta da un grande premio nobel per la fisica, lo statunitense Richard P. Feynman.

Immaginate che un bambino, il solito Pierino, abbia dei blocchi per le costruzioni, cubi assolutamente indistruttibili e indivisibili, tutti uguali.

Supponiamo ne abbia ventotto. Sua madre li ripone in una stanza alla mattina; alla sera, curiosa, li conta e scopre una legge fenomenale: qualunque cosa Pierino abbia fatto con i blocchi, ce ne sono ancora ventotto! Questo si ripete per un certo numero di giorni, finché un bel giorno la mamma ne trova solo ventisette; fa una piccola ricerca, e ne scova uno sotto il tappeto: bisogna cercare ovunque per assicurarsi che il numero sia sempre quello. Una sera, tuttavia, il numero sembra cambiato davvero: ce ne sono solo ventisei. Un'accurata indagine rivela che la finestra era aperta, e guardando nel giardino si scoprono i due blocchi mancanti, che Pierino aveva gettato via dalla finestra. Un altro giorno ce ne sono trenta! Questo provoca un notevole sconcerto, finché non si scopre che l'amico Gianni era venuto a far visita a Pierino portando con sé le sue costruzioni, e ha dimenticato qualche pezzo nella stanza. La mamma getta via i blocchi in più, chiude la finestra, non lascia più venire Gianni a giocare, e così per un certo tempo tutto funziona, finché una sera ne trova solo venticinque. Però nella stanza c'è uno scatolone per i giocattoli; la mamma fa per aprirlo ma il bambino comincia a strillare: "Non aprire la mia scatola!". Così la mamma non può controllare cosa c'è dentro, ma, essendo molto curiosa e anche ingegnosa, si fa venire in mente un piano. Sapendo che ogni cubo per le costruzioni pesa circa un etto, pesa la scatola dei giochi una sera in cui vede tutti i ventotto cubi, e scopre che, vuota, pesa 500 grammi. La prossima volta, per controllare se ci sono dentro dei cubi, dovrà togliere dal peso (P) della scatola 500 grammi e dividere per 100. In questo modo scopre quanto segue:

$$n^{\circ} \text{ cubi visibili} + \frac{P - 500\text{g}}{100\text{g}} = \text{costante.}$$

Poi trova qualche discordanza, ma uno studio accurato mostra che il livello dell'acqua nel lavandino è salito. Il bambino getta i cubi nell'acqua, e la mamma non li vede perché l'acqua è torbida, ma può scoprire quanti ce ne sono aggiungendo un altro termine alla formula. Poiché prima l'altezza (H) dell'acqua era 15 centimetri e ogni cubo fa alzare il livello di 6 millimetri, la nuova formula sarà:

$$n^{\circ} \text{ cubi visibili} + \frac{P - 500g}{100g} + \frac{H - 15cm}{0.6cm} = \text{costante.}$$

Via via che aumenta la complessità del suo ambiente, la donna scopre un'intera serie di termini, che rappresentano modi di calcolare quanti cubi ci sono in posti in cui non può guardare. Il risultato è una formula complessa, una quantità da calcolare che rimane sempre la stessa in ogni situazione.

Vediamo come questa analogia c'entra con le trasformazioni e la conservazione dell'energia.

La prima cosa che dobbiamo notare è lo stupore della mamma di Pierino nello scoprire che in una situazione alcuni cubi sono stati gettati via dalla finestra e in un'altra che l'amico di Pierino ha dimenticato alcuni suoi cubi, portando il computo totale dei cubi da ventotto a trenta.

Cosa vuol significare la reazione inusuale della mamma che chiude la finestra e non permette più all'amico di Pierino di giocare col figlio? È evidente che lo scopo della mamma di Pierino fosse quello di verificare continuamente la legge che ha scoperto all'inizio, cioè che qualunque cosa facesse Pierino, i cubi fossero sempre ventotto. Da questa analogia possiamo vedere come questa quantità resta invariata quando la finestra della stanza resta chiusa (cioè quando nessun cubo può uscire dalla stanza) e quando nessuno aggiunge cubi "estranei" ai ventotto di Pierino, come contrariamente ha fatto l'amico Gianni.

Tutto questo significa che l'energia si conserva in una particolare situazione, cioè all'interno di quello che in fisica si chiama *sistema isolato*.

La seconda osservazione che deriva dall'analogia dei cubi è che l'energia si presenta in diverse e svariate forme, analoghe ai blocchi nella scatola, nell'acqua e così via: gravitazionale, cinetica, termica, elastica, elettrica, chimica, radiante, nucleare, di massa; ognuna ha una sua espressione diversa, come i vari contributi sommati nella formula della mamma di Pierino. Sommando tutte le espressioni per ognuno di questi contributi, l'energia non cambia (fatto eccezione per quella che entra o che esce dal sistema, ma se siamo in un sistema isolato non abbiamo di che preoccuparci).

Lavoro ed energia

Se abbiamo un corpo inizialmente fermo, possiamo metterlo in movimento, facendogli acquistare velocità, applicando ad esso una forza che produce, di conseguenza, l'accelerazione del corpo. In questo modo, aumentando la velocità del corpo, stiamo contestualmente aumentando la sua energia cinetica.

In modo del tutto analogo, possiamo pensare di frenare un corpo in movimento applicando ad esso una forza frenante, cioè contraria al moto del corpo. In questo caso l'energia cinetica del corpo diminuisce gradualmente finché il corpo non si sia arrestato completamente.

Diciamo che in entrambi i casi è avvenuto un trasferimento di energia a causa dell'applicazione di una forza al corpo.

Nel primo caso l'energia è passata da noi (che abbiamo applicato la forza) al corpo (che l'ha subita), mentre nel secondo caso l'energia è passata dal corpo a noi.

Chiamiamo lavoro questo trasferimento di energia e diciamo che esso è positivo quando l'energia viene ceduta al corpo (primo caso), mentre è negativo quando l'energia viene ceduta dal corpo (secondo caso). *Compiere lavoro è quindi l'atto di trasferire energia.*

Anche in questo caso, come avviene per l'energia, esiste un problema legato al linguaggio. Il lavoro che qui intendiamo, cioè quello dal significato fisico, non ha lo stesso significato che nel linguaggio comune viene attribuito a questo termine. Nel linguaggio di tutti i giorni il lavoro è identificato col la "fatica", ma basterebbe fare un piccolo esempio per mostrare come non sia questo il suo significato fisico.

Possiamo immaginare di portare sulle spalle un pesante sacco di cemento. Di certo questo ci costa tanta fatica, eppure, durante il trasporto, la forza di gravità che agisce sul sacco (e che è la responsabile della nostra fatica) non compie alcun lavoro sul sacco, cioè non avviene alcun trasferimento di energia tra noi ed il sacco.

Un altro problema discende dall'uso del termine "trasferire". Questo verbo lascia intendere un'azione, come se l'energia fosse un fluido che passa da un corpo ad un altro. Niente di tutto ciò è vero! Per rendere bene l'idea, possiamo pensare al trasferimento di denaro tra due conti correnti per via elettronica. Durante questo trasferimento, il valore di uno dei due conti aumenta, mentre l'altro diminuisce, ma senza che ci sia un trasferimento "materiale" di denaro: semplicemente cambiano dei numeri.

Come ultima cosa, credo sia necessario precisare che "lavoro" non è strettamente un sinonimo di "energia". Infatti, un corpo può possedere energia, ma non può possedere lavoro. In lavoro presuppone l'esistenza di una forza che agisce su un corpo, provocandone uno spostamento (microscopico o macroscopico che sia).

Come abbiamo già detto in precedenza, l'energia di un corpo invece indica che questo corpo è in grado di compiere lavoro, cioè di trasferire la propria energia. Per esempio, se un corpo ha una certa energia cinetica, ciò significa che su di esso precedentemente è stato compiuto un lavoro da parte di una qualche forza e che ha permesso al corpo di avere una certa velocità, lavoro pari al valore dell'energia cinetica posseduta dal corpo.

L'energia non può crearsi né distruggersi

Per spiegare bene il senso di questo titolo è utile ricollegarci a quanto dicevamo alla fine del precedente paragrafo.

L'energia posseduta da un corpo può essere definita come l'attitudine di compiere un lavoro, nel senso fisico del termine. Spieghiamo meglio cosa significa compiere un lavoro.

Il lavoro si compie quando una forza provoca uno spostamento. Dobbiamo precisare che consideriamo lo spostamento del centro di massa di un corpo, oppure, per semplicità, consideriamo i corpi come assimilabili a dei punti materiali, a cui sono applicate le forze.

Prendiamo il caso di una palla sulla cima di un monte. Per il semplice fatto che la palla si trova proprio in questa posizione, essa possiede la possibilità che una forza, nell'esempio il suo peso, produca uno spostamento, cioè la sua discesa a valle. Questo è un esempio di energia potenziale, che è una forma di energia di tipo posizionale, poiché dipende dalla posizione del corpo.

Un'altra forma di energia potenziale è quella posseduta da una molla: se questa è spostata (compressa o allungata) dalla sua posizione di equilibrio, esercita una forza che può causare uno spostamento della molla stessa e di quant'altro ad essa collegato, come ad esempio le lancette di un orologio con carica a molla.

Un'altra importante forma di energia è quella cinetica, cioè presente nei corpi in movimento, cioè che hanno una velocità non nulla. Possiamo considerare, per esempio, una palla da biliardo in movimento: essa possiede energia in quanto può compiere lavoro, per esempio, su di una seconda palla inizialmente ferma, mettendola in movimento. La prima esercita una forza sulla seconda e quest'ultima subisce uno spostamento.

In un ambito puramente meccanico, che è quello a cui ci atteniamo in questo lavoro, la conservazione dell'energia meccanica diventa abbastanza chiara intuitivamente. Infatti, l'energia che possiede un corpo in una determinata posizione è la stessa che il corpo è in grado di liberare se si lascia agire la forza in questione (nel caso della palla sul monte è il peso, oppure la forza elastica per le molle). Ma per posizionare il corpo nella condizione in cui possiede energia potenziale, in precedenza qualcuno avrà speso esattamente la stessa quantità di energia che il corpo ha accumulato; infatti, per portare il corpo in quella posizione, occorre vincere la stessa forza nel fare lo spostamento inverso. Quindi *non è possibile creare energia utilizzando forme di energia potenziale*.

Nel caso dell'energia cinetica, le cose appaiono in modo leggermente più complicato, ma il risultato è sempre lo stesso: l'energia che possiede un corpo che si muove è la stessa che è servita in precedenza per farlo muovere. Occorre applicare una forza per un certo spazio per far sì che il corpo

raggiunga la sua attuale velocità, cioè è stato compiuto un lavoro su di esso, di valore pari all'energia cinetica posseduta dal corpo.

Nulla toglie che questa forza possa essere diversa da quella che il corpo può restituire (per esempio durante un urto), ma è chiaro che ciò dipende dalla rapidità con cui avviene l'accelerazione (o la rapidità con cui si ferma un corpo). Una forza più grande può raggiungere lo stesso risultato in uno spazio più breve. Così possiamo concludere che *anche con la forma cinetica dell'energia non è possibile creare alcuna energia*, così come abbiamo visto per l'energia potenziale.

Volendo esaminare anche altri ambiti della fisica, ci si può sempre rifare a queste due forme di energie trattate.

Il calore, infatti, non è altro che una forma di energia cinetica microscopica: si tratta del moto caotico ed incoerente degli atomi e delle molecole che compongono un corpo macroscopico.

L'energia elastica e quella chimica hanno ambedue la stessa origine, cioè le forze tra gli atomi. Quando gli atomi si riordinano in una nuova struttura, una parte dell'energia cambia, e se questa quantità varia, significa che anche un'altra quantità deve variare. Per esempio, se si brucia qualche cosa, l'energia chimica varia, e si trova calore dove prima non ve n'era, perché la somma deve rimanere la stessa.

L'energia elastica e quella chimica, come già detto, derivano dalla particolare disposizione degli atomi nelle molecole: è quindi una forma di energia potenziale (perché è di posizione).

I vari tipi di energie elettriche e magnetiche non sono altro che delle forme di energie potenziali e cinetiche, dovute alla posizione ed al moto reciproco delle cariche elettriche.

L'energia luminosa non è altro che energia elettrica e magnetica, poiché la luce può essere interpretata come un'onda elettromagnetica.

Quantifichiamo l'energia

In tutto questo paragrafo supponiamo sempre che tutti i fenomeni che tratteremo si svolgono in assenza di qualsiasi forma di attrito.

Supponiamo dapprima che un corpo sia inizialmente fermo e che da un certo istante su di esso agisca una forza costante, di modulo F e parallela al piano su cui si trova il corpo. Dalla seconda legge della dinamica sappiamo che questa forza provoca l'accelerazione del corpo, cioè la sua velocità passerà dal valore zero ad un valore v , dopo un certo tempo in cui la forza è applicata.

Supponiamo che il corpo acceleri, per effetto della forza, per un tratto d , dopodiché la forza cessa di agire, così che il corpo continuerà a muoversi indefinitamente di moto rettilineo uniforme e con velocità v .

A noi però interessa quello che succede quando sul corpo è applicata la forza.

Dalla cinematica del moto rettilineo uniformemente accelerato otteniamo la seguente relazione:

$$v^2 = v_0^2 + 2ad \quad (1)$$

Dato che nel nostro esempio il corpo parte da fermo, possiamo porre $v_0 = 0$. Possiamo quindi riscrivere la (1) nel modo seguente:

$$v^2 = 2ad \quad (2)$$

Avendo supposto che la forza fosse parallela al piano su cui si muove il corpo, abbiamo che anche l'accelerazione a ha lo stesso verso e direzione della forza F applicata al corpo, quindi al suo spostamento.

Ricaviamo l'accelerazione dalla seconda legge della dinamica:

$$a = \frac{F}{m} \quad (3)$$

dove m è la massa del corpo e a la sua accelerazione per effetto della forza F .

Sostituendo la (3) nella (2) abbiamo:

$$v^2 = 2\frac{F}{m}d$$

cioè

$$\frac{1}{2}mv^2 = Fd \quad (4)$$

La formula (4) è l'espressione per l'energia cinetica che, come abbiamo già detto, è legata al fatto che il corpo possiede una velocità non nulla.

Questa formula può essere letta in due modi diversi. Possiamo pensare al primo membro della (4) come al risultato numerico del lavoro che la forza F ha fatto sul corpo di massa m per un tratto d . Interpretando la (4) in questo modo, possiamo pensare al lavoro (quantità a secondo membro) come ad un atto di trasferimento di energia.

Ma la (4) può essere interpretata anche come il lavoro che è in grado di compiere un corpo di massa m che si muove ad una velocità v . Il fatto che il valore di questo lavoro debba essere costante (m e v ad un certo istante sono fissati), ci dice che i modi di compiere questo lavoro (cioè di restituire l'energia posseduta) sono infiniti, nel senso che possiamo considerare forza e spostamento (secondo membro) inversamente proporzionali. Lo stesso lavoro, infatti, può essere compiuto da una forza grande per uno spostamento piccolo o da una forza piccola per uno spostamento più grande.

Qui non ci interessa come il corpo restituisca la propria energia, ma solo che i conti tornino, cioè che la quantità di energia sia sempre la stessa.

Ora possiamo pensare di sostituire la (3) nella (1) e ottenere

$$v^2 = v_0^2 + 2\frac{F}{m}d$$

cioè

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = Fd \quad (5)$$

Questa formula, qualora sia $v_0 \neq 0$, presenta al primo membro una variazione di energia cinetica, Possiamo quindi scrivere

$$\Delta K = Fd \quad (6)$$

dove con ΔK abbiamo indicato la variazione di energia cinetica.

La relazione (6) si presta alla stessa interpretazione duplice fatta per la (4). Possiamo quindi dire che una forza esterna, che agisce su di un corpo in moto con velocità v_0 e per un tratto d , compie un lavoro che fa variare l'energia cinetica del corpo, aumentandone la velocità se la forza è concorde allo spostamento e diminuendone la velocità se la forza è discorde allo spostamento del corpo.

Supponiamo ora di voler sollevare un corpo con una forza di modulo F . Durante lo spostamento verso l'alto, sul corpo agiscono due forze: quella di gravità (o il suo peso) e la forza F . queste due forze hanno verso opposto ed entrambe compiono lavoro sul corpo. Nel caso del sollevamento, la forza F compie lavoro positivo (L_a), mentre la forza di gravità compie lavoro negativo (L_g).

In base alla (6) abbiamo che la variazione di energia cinetica che il corpo subisce è data dal lavoro totale fatto sul corpo dalle forze considerate:

$$\Delta K = L_a + L_g \quad (7)$$

Lo stesso vale nel caso dell'abbassamento del corpo. In tal caso però si invertono i ruoli delle due forze: mentre quella di gravità tende a trasferire energia, la forza F tende a sottrarla, entrambe compiendo lavoro sul corpo. Se supponiamo che all'inizio e alla fine dello spostamento il corpo resti fermo (pensiamo ad un libro che dalla scrivania viene posto su uno scaffale della libreria), la (7) diventa

$$L_a + L_g = 0,$$

cioè

$$L_a = -L_g \quad (8)$$

ma lo stesso risultato si ha se l'energia cinetica iniziale è uguale a quella finale. La formula (8) ci dice che la variazione di energia potenziale è definita come l'opposto del lavoro fatto dalla forza sul corpo, la stessa forza che in precedenza si è dovuta vincere per portare il corpo nella posizione attuale. In formula abbiamo:

$$\Delta U = -L \quad (9)$$

Come abbiamo già detto precedentemente, in questo lavoro non consideriamo le altre forme di energia, ma ci riferiamo esclusivamente all'energia meccanica.

Forze conservative e non conservative

Supponiamo di avere un corpo di massa m collegato ad una molla, avente una delle due estremità (quella non collegata al corpo) fissata, quindi, non libera di muoversi.

Comprimiamo la molla per poi lasciarla oscillare in modo che il corpo, collegato all'estremità libera della molla, passi per il punto di equilibrio della molla con una velocità $v \neq 0$. Supponiamo inoltre che non ci sia alcuna forza d'attrito tra corpo e pavimento e tra corpo e aria, e che la molla sia perfettamente ideale.

Consideriamo il sistema formato dal corpo e dalla molla a cui il corpo è collegato.

Quando il corpo si troverà a passare dal punto di equilibrio con velocità v , avrà un'energia cinetica

$$\text{massima } K = \frac{1}{2}mv^2.$$

Da questo punto in poi, e fino al massimo allungamento della molla, la forza elastica di richiamo compirà un lavoro negativo sul corpo (in quanto la forza ha verso opposto allo spostamento del corpo), facendolo rallentare e trasferendo energia dall'energia cinetica del corpo all'energia potenziale della molla. Questo processo di trasferimento termina quando tutta l'energia cinetica del corpo sarà trasformata, tramite il lavoro fatto dalla forza elastica sul corpo, in energia potenziale della molla. Questo si ha in corrispondenza del massimo allungamento della molla, cioè quando la velocità del corpo è zero (il corpo si ferma).

A questo punto il corpo inverte il suo moto a causa della forza elastica che agisce sul corpo richiamandolo verso la posizione di equilibrio. La forza elastica di richiamo svolge un lavoro positivo sul corpo (poiché è concorde allo spostamento), cioè trasferisce l'energia potenziale posseduta dalla molla all'energia cinetica del corpo, facendone aumentare la velocità. Così il corpo si ritroverà a passare dal punto di equilibrio con la stessa velocità v che aveva in precedenza, cioè riacquistando tutta l'energia cinetica che possedeva al primo passaggio.

Possiamo dire che il corpo è ritornato al punto di partenza con una variazione di energia cinetica nulla.

Per quanto detto nel paragrafo precedente, ciò significa che il lavoro compiuto dalla forza elastica nel tratto d'andata è uguale e opposto al lavoro fatto dalla stessa forza nel tratto di ritorno.

Diciamo che in un sistema isolato una forza è conservativa se fa sì che su un percorso chiuso la variazione di energia cinetica sia sempre nulla, ossia che sia nullo il lavoro totale svolto da una forza interna ad un sistema isolato su un percorso chiuso.

Come conseguenza di quanto detto e per effetto della (9) (paragrafo precedente), abbiamo che l'energia potenziale può essere definita solo per forze conservative. La forza di gravità e la forza elastica sono esempi di forze conservative.

Quando su un corpo agiscono solo forze conservative, possiamo semplificare in modo consistente quei problemi che riguardano i movimenti dei corpi.

Supponiamo ora di considerare lo stesso esempio, ma con l'aggiunta dell'attrito tra corpo e pavimento (mantenendo la molla ideale). Nel nostro nuovo sistema ora dobbiamo aggiungere anche il pavimento, oltre alla molla ed al corpo. Il perché di questa integrazione del sistema lo capiremo fra poco.

Supponiamo ancora che il corpo transiti per la posizione di equilibrio con una velocità $v_i \neq 0$. Il corpo possiede, quindi, in questo punto un'energia cinetica $K_i = \frac{1}{2}mv_i^2$.

Durante lo spostamento dal punto di equilibrio verso il punto di massimo allungamento della molla, sul corpo non agisce più soltanto la forza elastica di richiamo, ma anche quella di attrito tra corpo e pavimento. Entrambe queste forze compiono un lavoro negativo sul corpo (entrambe hanno verso discorde allo spostamento del corpo), ma tra i due lavori c'è una sostanziale differenza: il lavoro fatto dalla forza elastica, come prima, trasferisce energia da quella cinetica del corpo a quella potenziale della molla, mentre il lavoro fatto dalla forza d'attrito trasferisce energia da quella cinetica del corpo all'energia termica sia del corpo che del pavimento.

L'effetto di questo ultimo trasferimento è un surriscaldamento delle parti del corpo e del pavimento che sono a contatto (più avanti vedremo perché è così). Così, nel punto di massimo allungamento della molla, quando cioè la velocità del corpo è nulla, non tutta l'energia cinetica sarà stata trasferita all'energia potenziale della molla.

Durante il percorso di ritorno, mentre il lavoro fatto dalla forza elastica diventa positivo, il lavoro fatto dalla forza di attrito è ancora una volta negativo (poiché la forza d'attrito è sempre opposta al moto) e, quindi, continuerà a trasferire energia dall'energia cinetica del corpo all'energia termica del sistema corpo+pavimento.

La conseguenza di tutto ciò è che, mentre al ritorno sul punto di equilibrio il lavoro netto della forza elastica fatto sul corpo è nullo, lo stesso non si può dire per il lavoro fatto dalla forza d'attrito.

Alla fine, quindi, la variazione dell'energia cinetica del corpo non sarà nulla, ma il corpo ritornerà nella posizione di equilibrio con una velocità $v_f < v_i$, cioè con un'energia cinetica $K_f = \frac{1}{2}mv_f^2$, minore di quella iniziale K_i .

Chiamiamo forze non conservative (o dissipative) quelle forze che si comportano come le forze d'attrito, cioè per le quali il lavoro compiuto su un corpo, lungo un cammino chiuso, non è nullo.

In generale, possiamo dire che il lavoro svolto da una forza conservativa su un corpo, che si muove tra due punti qualsiasi, non dipende dal particolare percorso seguito dal corpo; lo stesso non si può dire per le forze non conservative.

Energia e conservazione

Iniziamo questo paragrafo definendo l'energia meccanica E_m di un sistema la somma dell'energia potenziale U e dell'energia cinetica K .

$$E_m = K + U \quad (1)$$

Supponiamo che il sistema sia isolato e che in esso agiscano solo forze conservative.

Il lavoro compiuto da una forza conservativa all'interno del sistema serve a trasferire energia tra l'energia cinetica e l'energia potenziale del sistema.

In precedenza avevamo visto che

$$\Delta K = L \text{ e } \Delta U = -L.$$

Questo implica che

$$\Delta K = -\Delta U$$

cioè, esplicitando l'uguaglianza precedente,

$$K_f - K_i = -(U_f - U_i).$$

Possiamo ordinare i due membri di questa equazione ottenendo:

$$K_f + U_f = K_i + U_i \quad (2)$$

La (2) esprime il *principio di conservazione dell'energia meccanica*. Esso dice che, *quando un sistema isolato agiscono solo forze conservative, l'energia cinetica e l'energia potenziale prese singolarmente possono variare, ma la loro somma, l'energia meccanica E_m del sistema, non cambia*. In formula abbiamo:

$$\Delta E_m = \Delta K + \Delta U = 0 \quad (3)$$

Quando l'energia meccanica di un sistema si conserva, possiamo mettere in relazione il totale dell'energia cinetica e dell'energia potenziale in un istante con quello di un altro istante, senza dover considerare gli istanti intermedi e senza necessità di conoscere il lavoro compiuto dalle forze coinvolte.

Supponiamo ora che il nostro sistema non sia più isolato, c'è, quindi, la possibilità che una o più forze esterne compiano lavoro sul sistema.

Facciamo un semplice esempio. Supponiamo di voler lanciare una pietra in uno stagno con traiettoria parabolica. Per far sì che la pietra segua una traiettoria bisogna che il nostro braccio applichi una forza sulla pietra per un certo tempo. La forza impressa alla pietra compie, dunque, un lavoro sul sistema. Dobbiamo però capire quale sia questo sistema. Per rispondere alla nostra domanda dobbiamo fare delle semplici considerazioni energetiche. Sicuramente il lavoro fatto dalla forza del nostro braccio andrà a cambiare l'energia cinetica K della pietra. Ma c'è di più. Dovendo avere una traiettoria parabolica, istante per istante dovrà cambiare l'altezza della pietra rispetto alla

Terra, quindi, varierà anche l'energia potenziale U . Il sistema su cui agisce la forza esterna è quindi quello pietra+Terra.

Il lavoro fatto dalla forza esterna trasferirà energia dai nostri muscoli all'energia meccanica del sistema pietra+Terra, quindi, questa volta avremo una variazione non nulla dell'energia meccanica del sistema.

Sfruttando una parte della (3), abbiamo

$$\Delta E_m = \Delta K + \Delta U \quad (4)$$

Ricordando che siamo in assenza di attrito e che una forza esterna ha compiuto un lavoro L_{ext} sul sistema, dalla (4) abbiamo che

$$\Delta E_m = L_{ext} \quad (5)$$

Per completezza dobbiamo dire che può succedere anche che sia il sistema a compiere lavoro verso l'esterno (in precedenza è stato fatto un esempio).

Diciamo che il lavoro è positivo se viene trasferita energia al sistema dall'esterno, mentre è negativo se l'energia viene trasferita all'esterno del sistema.

Ora possiamo considerare un corpo di massa m che scivola su un pavimento orizzontale con una velocità iniziale $v_i \neq 0$.

Supponiamo che il corpo in questione venga spinto per un tratto d da una forza costante F , parallela al pavimento. Supponiamo inoltre che tra il corpo ed il pavimento ci sia una forza d'attrito dinamico f_a .

Se consideriamo il solo blocco, possiamo schematizzare la situazione come dimostra la figura seguente:

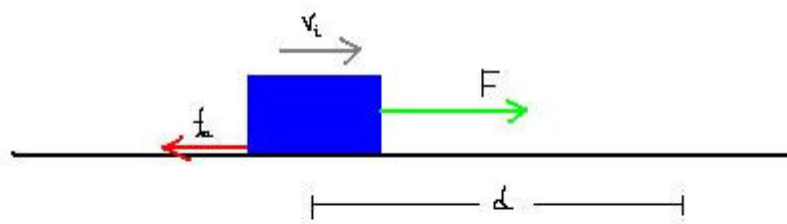


figura 2

Riferendoci al solo asse lungo cui si sviluppa il moto, possiamo scrivere:

$$F - f_a = ma \quad (6)$$

Essendo F e f_a costanti, ne consegue che anche l'accelerazione a è costante, quindi, in base alle leggi del moto rettilineo uniformemente accelerato, abbiamo:

$$v^2 = v_i^2 + 2ad$$

Risolvendo rispetto all'accelerazione a e sostituendo nella (6) abbiamo:

$$Fd = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 + f_a d \quad (7)$$

ovvero, dato che

$$\Delta K = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

la (7) diventa:

$$Fd = \Delta K + f_a d \quad (8)$$

Volendo considerare il caso generale, in cui oltre a variare l'energia cinetica varia anche quella potenziale, possiamo riscrivere la (8) come segue:

$$Fd = \Delta E_m + f_a d \quad (9)$$

Adesso dobbiamo capire cosa rappresenta il termine $f_a d$. Per fare ciò usiamo le parole del fisico e premio Nobel per la Fisica Richard P. Feynman.

Il mondo come lo vediamo su grande scala sembra una bella palla rotonda lucidata ma in realtà, quando lo guardiamo più in dettaglio, è assai più complicato, fatto com'è da miliardi di piccolissimi atomi con ogni sorta di forme irregolari. Quando lo si guarda molto attentamente, è come un masso ruvido, perché è fatto da piccole palline. Il pavimento è la stessa cosa, un affare ineguale fatto di palline.

Quando rotolate questo masso enorme sul pavimento ingrandito potete vedere i piccoli atomi saltellare da tutte le parti. Dopo che esso è passato, gli atomi rimasti continuano ancora a muoversi un po' a causa dei movimenti cui sono stati sottoposti; così sul pavimento rimane un certo movimento, ossia dell'energia termica. Sappiamo che l'energia ha una tendenza a nascondersi, per cui abbiamo bisogno di termometri e di altri strumenti per accertarci che sia ancora lì. Il risultato di tutte queste osservazioni è che l'energia è conservata, per quanto complicato sia il processo, e anche quando non conosciamo in dettaglio le leggi.

Abbiamo dunque appena appreso che la quantità $f_a d$ rappresenta la variazione di energia termica ΔE_{ter} . Adesso possiamo riscrivere la (9) come segue:

$$Fd = \Delta E_m + \Delta E_{ter} \quad (10)$$

In fine diciamo che il lavoro fatto dalla forza esterna F incrementa l'energia meccanica, ma anche l'energia termica, sia del corpo che del pavimento. Quindi, il sistema su cui la forza esterna F compie lavoro è formato dal corpo e dal pavimento.

A questo punto abbiamo tutte le carte in regola per enunciare il principio di conservazione dell'energia totale.

Diciamo dapprima che l'energia totale E di un sistema può variare solo se viene trasferita energia dal di fuori o al di fuori del sistema. Possiamo quindi scrivere:

$$L = \Delta E = \Delta E_m + \Delta E_{ter} + \Delta E_{int} \quad (11)$$

La (11) fa riferimento al lavoro fatto da una forza esterna o dal sistema verso l'esterno. Esso è uguale alla variazione totale dell'energia del sistema, ottenuta sommando la variazione di energia meccanica, di energia termica e di energia interna.

Nel caso di sistema isolato, l'energia totale si conserva, cioè

$$\Delta E = \Delta E_m + \Delta E_{ter} + \Delta E_{int} = 0 \quad (12)$$

Bibliografia

- **Arnold B. Arons:** *Guida all'insegnamento della fisica* – Zanichelli;
- **Richard P. Feynman:** *Sei pezzi facili* – Adelphi;
- **Richard P. Feynman:** *La legge fisica* – Universale Bollati Boringhieri;
- **Antonino Anile:** *Bellezza e verità delle cose* – Vallecchi;
- **Ugo Amaldi:** *Fisica per temi* (vol. 1) - Zanichelli;
- **AA.VV.:** *Conservazione e Trasformazione dell'Energia* – www.matematicamente.it;
- **D. Halliday, R. Resnick, J. Walker:** *Fondamenti di Fisica* (Meccanica e Termologia) – Casa Editrice Ambrosiana.